SESSION 2018
Antilles - Guyane - Polynésie

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR AGRICOLE
TRAITEMENT DE DONNÉES

Toutes options

Durée : 180 minutes

Matériel(s) et document(s) autorisé(s) : **Calculatrice**

Le sujet comporte 6 pages

L'annexe est à rendre avec la copie après avoir été numérotée

---

SUJET

EXERCICE 1 ***(7 points)***

Les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

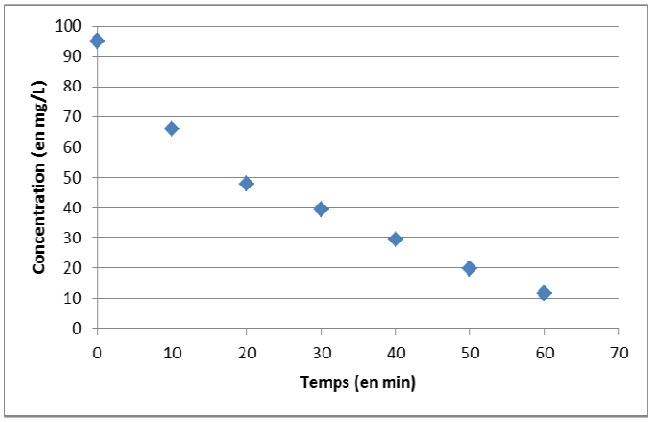
Les nitrates sont aujourd'hui la cause majeure de la pollution des eaux en France : ils sont très solubles, facilement drainés par les eaux de pluie, de ruissellement et d'infiltration.

L'eau captée dans la nature est traitée dans une usine de potabilisation pour ensuite être consommée. Dans l'Union européenne, la directive Nitrates fixe à 50 mg/L la valeur limite pour que les eaux soient destinées à la consommation humaine. On note T la variable prenant pour valeur le temps exprimé en minutes et C la variable prenant pour valeur la concentration en nitrates exprimée en mg/L.

Lors d'une expérimentation d'une méthode de traitement de l'eau dans un laboratoire de contrôle de qualité, un technicien obtient les résultats suivants :

t_i : temps en minutes	0	10	20	30	40	50	60
c_i : concentration en nitrates en mg/L	95	66,1	47,9	39,5	29,5	19,7	11,5

1. Le nuage de points $M_i\,(t_i\,;c_i\,)$ de la série est représenté ci-dessous :



Peut-on envisager un ajustement affine ? Justifier la réponse.

2. Afin d'utiliser un autre modèle d'ajustement de la série étudiée, on pose, pour tout entier i variant de 0 à 6, $z_i = \ln(c_i)$ où ln désigne la fonction logarithme népérien. On note $Z = \ln(C)$.

a) Compléter dans le tableau de **l'annexe (à compléter et à rendre avec la copie)**, les valeurs z_i , pour $0 \leq i \leq 6$.

b) Déterminer une équation de la droite de régression de Z en T obtenue par la méthode des moindres carrés.

c) Ce changement de variable permet-il un meilleur ajustement ? Justifier.

d) En déduire que $c(t) = 97{,}028\,e^{-0{,}033t}$.

3. En supposant que le modèle de la question 2 d) est valable les deux premières heures :

a) Donner une estimation de la concentration en nitrates au bout de 1h30.

b) Déterminer, par la méthode de votre choix, une estimation du temps nécessaire pour atteindre la valeur limite de la concentration fixée par la directive nitrates de l'Union Européenne. Arrondir le résultat à la minute près.

EXERCICE 2 *(5 points)*

La directive européenne de 1991 oblige chaque État membre à réaliser des campagnes de surveillance de la teneur en nitrates des eaux douces superficielles et souterraines.

Lors d'une campagne sur la qualité de l'eau, on a obtenu les résultats suivants :

	Mauvaise Qualité	Qualité moyenne	Bonne Qualité
Milieu rural	38	57	29
Milieu urbain	15	12	19

Peut-on considérer, au seuil de risque 5 %, que la qualité de l'eau dépend du milieu de prélèvement ?

EXERCICE 3 ***(8 points)***

Les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées indépendamment

L'eau du robinet est en France très contrôlée. Elle fait l'objet d'un suivi sanitaire permanent, destiné à en garantir la sécurité sanitaire, depuis le captage dans le milieu naturel, jusqu'au robinet du consommateur.

Partie A

On note p la proportion inconnue d'individus en France desservis par une eau non conforme vis-à-vis des nitrates.

1. Des prélèvements ont été effectués au niveau des robinets de 500 consommateurs en France et l'enquête a révélé que 8 consommateurs sont desservis par une eau non conforme vis-à-vis des nitrates.

Donner une estimation ponctuelle de p.

Dans la suite de l'exercice, on considère que l'estimation ponctuelle de p est 0,02.

2. On note F, la variable aléatoire qui, à un échantillon aléatoire simple de 500 individus, associe la proportion de consommateurs desservis par une eau non conforme vis-à-vis des nitrates.

a) Par quelle loi de probabilité peut-on approcher la loi de la variable aléatoire F ? Justifier.

b) Déterminer $P(F \leq 0{,}01)$ et interpréter ce résultat.

3. Déterminer une estimation par intervalle de confiance de la proportion p au niveau de confiance 0,95.

Partie B

On considère que 18 % des logements français ne sont pas raccordés à une station d'épuration.

A tout échantillon aléatoire simple de 100 logements français, on associe le nombre de logements qui ne sont pas raccordés à une station d'épuration. On définit ainsi la variable aléatoire notée X prenant pour valeurs le nombre de logement non raccordés à une station d'épuration.

1. **a)** Justifier que la variable aléatoire X est distribuée selon la loi binomiale de paramètres :

$n = 100$ et $p_1 = 0{,}18$.

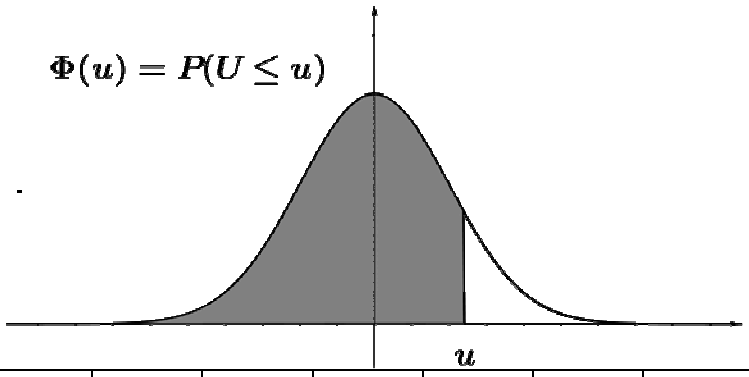
b) Déterminer la probabilité qu'il y ait moins de 28 logements non raccordés à un système d'épuration.

c) Déterminer l'espérance mathématique de X et l'interpréter dans le contexte de l'exercice.

d) Par quelle loi peut-on approcher la loi de X ? Justifier votre réponse.

2. Une campagne publicitaire affirme : « Sur 100 logements, la probabilité que moins de 20 d'entre eux ne soient pas raccordés à une station d'épuration est de 0,95 ». Confirmer ou infirmer cette déclaration. On justifiera la réponse en corrigeant, si besoin, la déclaration.

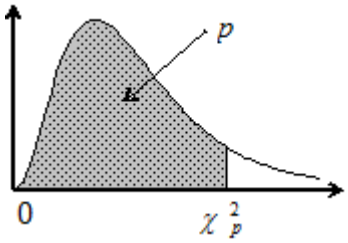
Fonction de répartition de la variable normale centrée réduite



u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

Fonction de répartition d'une variable du Khi-2 à k degrés de liberté

Valeurs de χ^2_p telles que $Prob(\chi^2 \leq \chi^2_p) = p$



k \ p	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
1	0,000	0,000	0,001	0,004	0,02	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,01	0,02	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60
3	0,07	0,11	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84
4	0,21	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86
5	0,41	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75
6	0,68	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55
7	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	17,28	19,68	21,92	24,72	26,76
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,09	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16
19	6,84	7,63	8,91	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58
20	7,43	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00
21	8,03	8,90	10,28	11,59	13,24	29,62	32,67	35,48	38,93	41,40
22	8,64	9,54	10,98	12,34	14,04	30,81	33,92	36,78	40,29	42,80
23	9,26	10,20	11,69	13,09	14,85	32,01	35,17	38,08	41,64	44,18
24	9,89	10,86	12,40	13,85	15,66	33,20	36,42	39,36	42,98	45,56
25	10,52	11,52	13,12	14,61	16,47	34,38	37,65	40,65	44,31	46,93
26	11,16	12,20	13,84	15,38	17,29	35,56	38,89	41,92	45,64	48,29
27	11,81	12,88	14,57	16,15	18,11	36,74	40,11	43,19	46,96	49,64
28	12,46	13,56	15,31	16,93	18,94	37,92	41,34	44,46	48,28	50,99
29	13,12	14,26	16,05	17,71	19,77	39,09	42,56	45,72	49,59	52,34
30	13,79	14,95	16,79	18,49	20,60	40,26	43,77	46,98	50,89	53,67
35	17,19	18,51	20,57	22,47	24,80	46,06	49,80	53,20	57,34	60,27
40	20,71	22,16	24,43	26,51	29,05	51,81	55,76	59,34	63,69	66,77
45	24,31	25,90	28,37	30,61	33,35	57,51	61,66	65,41	69,96	73,17
50	27,99	29,71	32,36	34,76	37,69	63,17	67,50	71,42	76,15	79,49
60	35,53	37,48	40,48	43,19	46,46	74,40	79,08	83,30	88,38	91,95
70	43,28	45,44	48,76	51,74	55,33	85,53	90,53	95,02	100,43	104,21
80	51,17	53,54	57,15	60,39	64,28	96,58	101,88	106,63	112,33	116,32

MINISTERE DE L'AGRICULTURE

NOM :

(EN MAJUSCULES)

Prénoms :

Date de naissance :

EXAMEN :

Spécialité ou Option :

EPREUVE :

Centre d'épreuve :

Date :

N° ne rien inscrire

N° ne rien inscrire

ANNEXE ***(à compléter, numéroter et à rendre avec la copie)***

Exercice 1

t_i	0	10	20	30	40	50	60
c_i	95	66,1	47,9	39,5	29,5	19,7	11,5
$z_i = \ln(c_i)$							